

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 11D4228

1. Докажите, что для любых комплексных чисел a и b имеет место тождество

$$|a + b|^2 + |a - b|^2 = 2|a|^2 + 2|b|^2.$$

2. Задана вещественная диагональная матрица D порядка n с попарно различными диагональными элементами. Докажите, что множество матриц X , удовлетворяющих уравнению $DX - XD = 0$, является линейным пространством, и найдите его размерность.
3. Докажите, что поле $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{5})$ можно рассматривать как линейное пространство над полем $\mathbb{Q}$. Найдите его размерность.
4. Докажите, что система функций $\sin(x), \sin(2x), \dots, \sin(nx)$ от вещественной переменной x является линейно независимой над полем вещественных чисел.